



La mesure de performance n'est pas aussi simple qu'il y paraît. Les méthodes sont variées et reposent sur des hypothèses souvent arbitraires. Ces méthodes font appel au calcul actuariel, en utilisant l'actualisation comme fondement de la valorisation.

On présente deux méthodes qui se différencient en fonction de l'acteur : investisseur ou gérant. Ces méthodes vont converger uniquement dans le cas où il n'y a pas de flux intermédiaire.

1 – Taux de performance

Définition : la valorisation est une valeur monétaire attribuée à une date précise, à un portefeuille ou à un actif/passif,

Définition : l'écart de performance est la différence entre la valeur finale et la valeur initiale, exprimée en unité monétaire. C'est aussi un résultat financier (ou P&L - Profit and Loss).

Définition : la performance est une notion relative qui rapporte une valorisation constatée à une date initiale, à une valorisation constatée sur une date finale.

La performance se mesure sur une durée (ou période), soit en taux, soit en indice :

- Mesure en taux (%), obtenue en rapportant l'écart de performance à la valeur initiale.
- Mesure en Indice, en fixant l'indice à 100 à une date d'origine, et en calculant la variation relative de cet indice.

Lorsque la performance se présente en taux, deux formes sont possibles :

- La performance cumulée, avec pour unité le pourcentage (%).
- La performance périodique, le plus souvent annualisée, avec pour unité le pourcentage par an (% / an).

La performance cumulée est brute, elle représente la variation de valeur sur toute la période considérée.

La performance annualisée est rapportée à l'année, soit une année civile, soit une année glissante. Les taux de rentabilité, ou taux de rendement sont les expressions en pourcentage de la performance.

2 – Performance cumulée

Mesure de la Performance Cumulée

Soit P_0 , la valorisation à la date initiale T_0 et P_1 , la valorisation à la date finale T_1 .

Le résultat est : $P_1 - P_0$

La performance est :

- soit **arithmétique RA%**,

$$R_A \% = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1 \quad (2.1)$$

- soit **géométrique RG%**:

$$R_G \% = Ln \frac{P_1}{P_0} \quad (2.2)$$

Avec Ln , le logarithme népérien.

La performance arithmétique est plus simple à utiliser, mais engendre une dissymétrie absente dans le taux géométrique : une hausse suivie d'une baisse identique produit 2 taux arithmétiques différents, alors que les taux géométriques sont seulement opposés (changement de signe).

Exemple : valorisation sur 3 dates : 100, 110 et 100.
Performances sur 2 périodes, tout en ayant une performance totale nulle (passage de 100 à 100).
Performances arithmétiques : 10% et -9,09%
Performances géométriques : +9,53% et -9,53%
On note la 'supériorité de la performance géométrique en matière d'additivité de performance.

Rentabilité avec flux intermédiaires d'investissement

Dans le cas de flux intermédiaires, entre la date initiale et la date finale, il est possible de simplifier les calculs avec quelques hypothèses supplémentaires.

Dans le cas de flux intermédiaires **d'investissement** (apport ou retrait de cash), deux cas d'affectation de ce flux F sont possibles :

- Cas d'affectation en valeur initiale :
 P_0 devient $(P_0 + F)$
- Cas d'affectation en valeur finale :
 P_1 devient $(P_1 - F)$

Dans le cas de flux intermédiaires **de revenus** (dividendes), on utilise la même convention que précédemment, en fonction du positionnement initial ou final du flux, mais le flux intermédiaire F change de signe : F devient (-F).

- Flux initial avec flux d'investissement $F > 0$

$$R_A \% = \frac{(P_1) - (P_0 + F)}{(P_0 + F)} \quad (2.3)$$

- Flux initial avec flux de désinvestissement $F < 0$

$$R_A \% = \frac{(P_1) - (P_0 - F)}{(P_0 - F)} \quad (2.4)$$

- Flux final avec flux d'investissement $F > 0$

$$R_A \% = \frac{(P_1 - F) - (P_0)}{(P_0)} \quad (2.5)$$

- Flux final avec flux de désinvestissement $F < 0$

$$R_A \% = \frac{(P_1 + F) - (P_0)}{(P_0)} \quad (2.6)$$

Sur le même modèle pour les flux de revenus en changeant le signe de F :

- Flux initial avec flux de revenu $F > 0$

$$R_A \% = \frac{(P_1) - (P_0 - F)}{(P_0 + F)} \quad (2.7)$$

- Flux final avec flux de revenu $F > 0$

$$R_A \% = \frac{(P_1 + F) - (P_0)}{(P_0)} \quad (2.8)$$

Ce dernier cas correspond à la définition du Total Shareholder Return, dans le cas d'une distribution de dividende :

$$TSR \% = \frac{P_1 - P_0 + \text{Dividende}}{P_0} \quad (2.9)$$

Méthode ACPR

La formule de calcul de la performance recommandée par l'AMF pour le calcul de performance d'une OPCVM est :

$$(1 + p\%) = \frac{\text{Valeur Finale}}{\text{Valeur Initiale}} \cdot \prod_{k=1}^n \text{Coeff}(k) \quad (2.10)$$

Cette méthode permet de prendre en compte les événements financiers intermédiaires : OST « opérations sur titres », telles que :

- Un détachement de coupon
- Fractionnement/regroupement d'actions (split)
- OPA/échanges

Le calcul de chaque coefficient intervient à la date de l'événement retenu :

$$\text{Coeff}(t) = \frac{\text{Valeur}(t) + \text{Flux}}{\text{Valeur}(t)} = \left(1 + \frac{\text{Flux}}{\text{Valeur}(t)}\right) \quad (2.11)$$

Par exemple, dans le cas de distribution d'un dividende, l'expression du coefficient d'ajustement est le suivant :

$$\text{Coeff}(t) = \left(1 + \frac{\text{Dividende}}{\text{Valeur}(t)}\right) \quad (2.12)$$

Cette méthode est celle utilisée pour effectuer les calculs d'indices.

Performance Multi Périodes - Chainage

Les performances arithmétiques et géométriques se composent sur plusieurs périodes à travers les formules d'additivité des taux actuariels.

Les performances arithmétiques se combinent **par multiplication** des facteurs de capitalisation: $(1 + R\%)$

$$(1 + R_A\%) = \frac{P_T}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} \dots \frac{P_T}{P_{T-1}} = \prod_{k=0}^{T-1} \left(1 + \frac{P_{k+1} - P_k}{P_k}\right) = \prod_{k=0}^{T-1} (1 + r_k) \quad (2.13)$$

Les performances géométriques se combinent par **sommation** des taux mono période:

$$R_G \% = \text{Ln} \left(\frac{P_T}{P_0}\right) = \sum_{k=0}^{T-1} \text{Ln} \frac{P_{k+1}}{P_k} = \sum_{k=0}^{T-1} r_k \quad (2.14)$$

La simplicité de la sommation des taux donne un avantage à l'utilisation du taux géométrique.

3 – Performance annualisée

Les performances cumulées ne sont pas comparables entre elles car les durées prises en compte peuvent être différentes. Les performances annualisées sont normalisées sur une année afin de permettre les comparaisons.

Définition: la performance annualisée est égale à la performance cumulée ramenée à une durée normée d'un an.

La performance annualisée devient homogène à un taux d'intérêt et possède donc une unité: « % par an » (T^{-1}).

La performance annualisée introduit la durée T dans les formules de calcul : le taux cumulé R%, se transforme en taux annualisé : r.T

L'introduction de la durée T, introduit une méthode supplémentaire : la méthode actuarielle.

- Performance annualisée arithmétique:

$$(1 + r_A \cdot T) = \frac{P_1}{P_0} \quad (3.1)$$

- Performance annualisée actualisée:

$$(1 + r_G)^T = \frac{P_1}{P_0} \quad (3.2)$$

- Performance annualisée géométrique :

$$(e)^{r_c T} = \frac{P_1}{P_0} \quad (3.3)$$

La durée T s'exprime en année: c'est un nombre décimal, avec T=1 pour une année complète.

Les méthodes se différencient dans la manière de transformer le ratio P1/P0 sans unité, en un taux annualisé tenant compte de la durée T.

Chainage

Chainage des performances annualisées arithmétiques:

$$(1 + r_A \cdot T) = \prod_{k=1}^m (1 + r_k t_k) \quad (3.4)$$

Chainage des performances annualisées actualisées:

$$(1 + r_G)^T = \prod_{k=0}^m (1 + r_k)^{t_k} \quad (3.5)$$

Chainage des performances continues:

$$r_c T = \sum_{k=0}^m r_k t_k \quad (3.6)$$

Formule de passage :

$$P_1 = (1 + r_A \cdot T)P_0 = (1 + r_G)^T P_0 = e^{r_c T} P_0 \quad (3.7)$$

Cette formule permet de passer d'une définition à une autre, en se ramenant toujours au rapport P0/P1.

4 – Performance investisseur

Pour l'investisseur, la performance annualisée doit tenir compte de multiples flux d'investissement et de désinvestissements sur la période retenue. La situation sera bien différente pour le gérant.

Méthode du TRI: Taux de Rendement Interne

Le TRI est un calcul du taux de performance pour les investissements ayant une suite de flux financiers dans le temps.

La performance r, est le taux annulant la valeur actuelle de l'ensemble des flux :

$$\sum_{k=0}^T \frac{F_k}{(1+r)^{t_k}} \quad (5.1)$$

Avec F_k : flux à la date t_k , F_0 : flux initial et F_T : flux final.

Ces flux sont positifs ou négatifs et nécessairement signés. La résolution de cette équation requiert des flux de sens opposés.

Le calcul du TRI s'effectue avec les conventions suivantes:

- Le flux initial est assimilé à une opération d'achat, à la valeur de marché: on prend la valorisation initiale du portefeuille
- Le flux final est assimilé à une opération de vente, à la valeur de marché: on prend la valorisation finale du portefeuille
- Les flux intermédiaires sont les flux d'investissement ou de désinvestissement
- Les flux de revenus sont soit réinvestis et se retrouvent dans la valeur finale, soit sont distribués et se retrouvent en flux intermédiaires.

Remarque importante: le TRI ne nécessite pas de valorisation intermédiaire.

La méthode du TRI est une méthode pour INVESTISSEUR.

5 – Performance gérant

Méthode de DIETZ

La Méthode de Dietz calcule la performance en découpant la période totale en sous périodes sans flux intermédiaire. La méthode se divise en 2 étapes :

- Calcul de la performance cumulée de chaque sous période avec la formule :

$$1 + R_A \% = \frac{P_{fin}}{P_{début}} \quad (6.1)$$

$P_{début}$: valeur du fond au début de la sous période en tenant compte de tous les mouvements de flux d'achat/vente et de revenus des périodes précédentes.

P_{fin} : valeur du fond en fin de sous période, en tenant compte des flux de revenus réinvestis, MAIS PAS des flux d'investissement.

- Composition des taux périodes sur la durée totale par composition actuarielle des taux cumulés afin d'obtenir un taux cumulé.

$$(1 + R) = (1 + R_1) \cdot (1 + R_2) \dots (1 + R_T) \quad (6.2)$$

La méthode consiste à rendre le calcul indépendant les flux intermédiaires : la rentabilité du gérant ne doit pas dépendre des flux externes d'investissement.

Par contre, la méthode nécessite d'avoir une valorisation à chaque date intermédiaire avec un calcul de valeur liquidative (VL).

La Méthode de DIETZ est une méthode pour GESTIONNAIRE.

6 – Comparaison

Ces deux méthodes sont fondamentalement différentes et ne doivent pas être confondues. Elles produisent des résultats identiques, uniquement dans le cas où il n'existe pas de flux intermédiaire : l'investisseur garde le même niveau d'investissement sur toute la durée d'investissement.

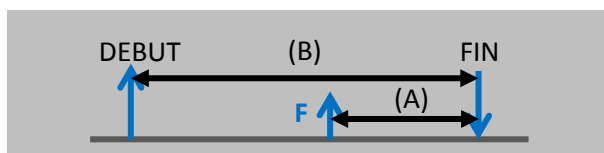
La méthode de DIETZ modifiée.

Cette méthode permet d'ajuster la méthode de DIETZ classique en tenant compte des flux intermédiaire, comme la méthode de TRI.

$$R\% = \frac{P_{fin} - P_{début} - \sum_k F_k}{P_{début} + \sum_k w_k F_k} \quad (7.1)$$

Avec F_k : flux intermédiaire

Et w_k : facteur de pondération de la durée:



$$w_k = \frac{\text{jours couverts par } F}{\text{total jours de la période}} = \frac{(A)}{(B)} \quad (7.2)$$

La méthode de DIETZ Modifiée ne requiert pas de valorisation intermédiaire. Une transformation algébrique de sa formule de calcul donne:

$$V_{fin} = (1 + R\%)(V_{début}) + \sum_k (1 + w_k R\%) \cdot F_k \quad (7.3)$$

Cette formule est identique à la formule de TRI, mais en taux proportionnel, donc plus facile à calculer que la traditionnelle méthode de TRI. La méthode de DIETZ Modifiée est une méthode pour INVESTISSEUR.

Dans la littérature anglo-saxonne, on retrouve ces deux méthodes sous les noms : TWRR et MWRR

- TWRR: Time Weighted Rate of Return - rendement pondéré par le temps. Le TWRR est identique à la méthode de DIETZ
- MWRR: Money Weighted Rate of Return - rendement pondéré par les montants. Le MWRR est identique à la méthode du TRI

7 – Exercice de synthèse

Calcul de performance sur 3 mois :

Valeur initiale du fond: 100

Valeur à 60 jours avant rachat: 95

Rachat à 60 jours: 50

Valeur à 60 jours après rachat: 95-50=45

Valeur à 90 jours: 60

| | | | | |
|--------|------|----|-----|----|
| VALEUR | 100 | 95 | 45 | 60 |
| FLUX | -100 | 50 | 100 | |

Solutions :

Méthode de TRI sur (-100 ;0 ;50 ;60)

TRI 1mois : 3,82% TRI 3mois : **11,91%**

Méthode de DIETZ modifiée : 10/83.3=**12.00%**

Méthode de DIETZ : 0.95x1.33=1.2667 soit **26.67%**

Question : pourquoi le gérant a-t-il une performance double de celle de l'investisseur ?

Réponse : car l'investisseur place 100 pendant 2 mois de rentabilité négative et 50 le dernier mois de rentabilité positive. Le gérant 'place' 100 sur les 3 mois.

8 – Conclusion

Il faut être très prudent lors de l'utilisation de ces calculs. Les choix méthodologiques sont nombreux, entre les types de taux et les méthodes actuarielles à utiliser. En fonction de l'usage, les résultats seront différents. La méthode de DIETZ modifiée est plus simple que la méthode de TRI, car elle évite la complexité numérique de la méthode du TRI. La Méthode de DIETZ modifiée donne un taux arithmétique, le TRI donne un taux géométrique, à vous de faire votre choix !

-/-